UNIVERSITÄT KONSTANZ
Fachbereich Physik
Prof. Dr. Elke Scheer (Experimentalphysik)
Raum P 1007, Tel. 4712
E-mail: elke.scheer@uni-konstanz.de
Prof. Dr. Guido Burkard (Theoretische Physik)
Raum P 807, Tel. 5256
E-mail: Guido.Burkard@uni-konstanz.de

Übungen zur Physik IV: Integrierter Kurs - Sommersemester 2010

Übungsblatt 8, Ausgabe 07. 06. 2010
Abgabe am 14. und 16. 06. 2010
Besprechung in den Übungen am 16. und 18. 06. 2010

Aufgabe 42 (E): Elektronenemissionsspektrum (schriftlich - 8 Punkte)

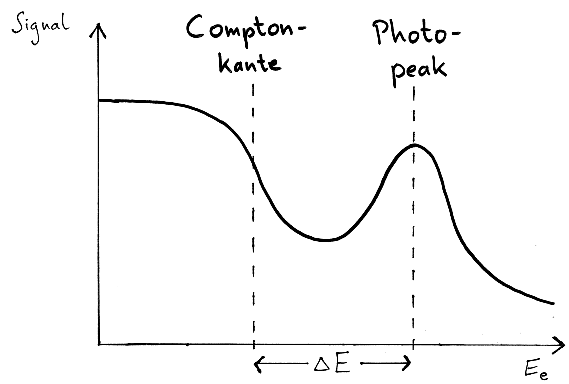
In einem Festkörper sind manche Elektronen nicht mehr an einzelne Atome gebunden und können innerhalb des Festkörpers als frei angesehen werden. An ihnen kann Lichtstreuung nach dem Comptoneffekt (siehe auch Aufgabe 12) stattfinden.

a) Leiten Sie her, dass beim Comptoneffekt die maximale kinetische Energie, die das (vorher ruhende) Elektron nach dem Stoß mit einem Photon der anfänglichen Energie $h\nu$ erlangen kann,

$$E_{e,max}^{kin} = \frac{h\nu}{1 + \frac{mc^2}{2h\nu}}$$

beträgt (m ist die Ruhemasse des Elektrons).

b) Ein Festkörper wird mit monochromatrischem Röntgenlicht bestrahlt. Das winkelintegrierte Energiespektrum der dabei emittierten Elektronen sieht wie folgt aus:



Erklären Sie qualitativ das Zustandekommen des Spektrums (die eingetragenen Bezeichnungen *Photopeak* und *Comptonkante* helfen Ihnen). Schließen Sie zurück auf die verwendete Lichtwellenlänge, wenn ΔE=181keV ist. Aus welchem Spektralbereich war das Licht?

c) Skizzieren Sie das Elektronenemissionsspektrum für einzelne Streuwinkel. Zu jedem Elektronenstreuwinkel φ (gemessen gegen die Einfallsrichtung des Photons) gehört ein Photonenstreuwinkel

θ beim Comptoneffekt. Skizzen sind für ein fast maximales, ein mittleres und ein fast minimales θ anzufertigen.

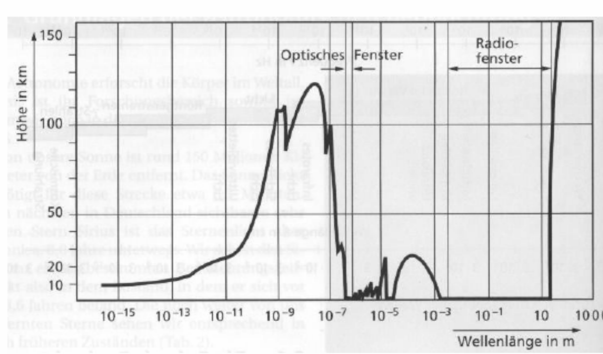
d) Die Energie $h\nu$ des einfallenden Photons sei, wie in den anderen Teilaufgaben auch, fest; $h\nu$=620keV. Berechnen Sie Formeln für folgende Größen als Funktion der Energie $h\nu'$ des getreuten Photons beim Comptoneffekt: die Geschwindigkeit v des gestreuten Elektrons (es ist frei im Festkörper, jedoch wird vorher Geschwindigkeit Null angenommen), den Streuwinkel θ des Photons und den Streuwinkel φ des Elektrons.
Plotten Sie v, θ und φ als Funktionen von $h\nu'$. Überlegen Sie, welchen minimalen Wert $h\nu'$ annehmen kann. Welchen Wertebereich hat θ bzw. φ? Welche qualitative Korrelation ("je größer ..., desto ...") besteht zwischen θ und φ? Tragen Sie auch die kinetische Energie der aus dem Festkörper herausgelösten Elektronen als Achse in die Plots ein.

Aufgabe 43 (E): Nachweis niederenergetischer Strahlung

a) Instrumente, die Photonen (elektromagnetische Wellen) empfangen, kennen Sie schon lange: Antennen. Suchen Sie Bilder des Radioteleskops in Effelsberg, der Hornantenne, mit der Penzias und Wilson die 3K-Hintergrundstrahlung entdeckt haben, und des COBE-Satelliten, die sie vermessen hat (inzwischen gibt es weitere Messungen von WMAP). Bücher, Kopien oder Ausdrucke sind mitzubringen.

b) Aufwändige Reflektor- oder Trichterkonstruktionen dienen nur der Konzentration der Schwingungen der elektromagnetischen Felder. Die eigentliche Detektion erfolgt durch Umwandlung in elektrische Spannungen bzw. Ströme. Wir wollen hier annehmen, dass dazu ein LC-Schwingkreis aus einer Spule und einem Kondensator, idealisierterweise ohne dämpfenden Widerstand, verwendet wird. (Auch eine Stabantenne verhält sich wie ein aufgebogener Schwingkreis.)
Geben Sie die Formel für die Resonanzfrequenz eines LC-Schwingkreises an.
Es sei nun L=$1 \cdot 10^{-10}$H. Wie groß muss C gewählt werden, um auf der Wellenlänge maximaler Intensität der 3K-Hintergrundstrahlung zu detektieren?

c) Die Erdatmosphäre ist nur in zwei Bereichen perfekt durchlässig, im schmalen optischen und im breiteren Radiofenster. Aber auch zwischen optischem und Radiobereich ist die Transparenz nicht schlecht.



Absorption elektromagnetischer Strahlung verschiedener Wellenlängen durch die Erdatmosphäre. Die Kurve gibt diejenige Höhe an, bei der die einfallende Strahlung auf 10 % ihrer ursprünglichen Intensität abgefallen ist.

Die 3K-Hintergrundstrahlung ist ja auch mit einer erdgebundenen Antenne entdeckt worden. Bei welcher Wellenlänge liegt nämlich ihr Maximum? Hätte die Hintergrundstrahlung auf ähnliche Weise entdeckt werden können, wenn sie bei 20K läge? Und wenn sie eine Temperatur von 0,1mK hätte?

d) Wichtige Informationen gewinnen Astronomen aus der 21cm-Linie. Dabei handelt es sich um einen sogenannten Hyperfein-Übergang von Wasserstoff (Wechsel zwischen antiparalleler und paralleler Stellung von Kern- und Elektronenspin. Den Spin werden Sie in späteren Vorlesungen noch kennenlernen.) Wir wollen den LC-Schwingkreis aus b) auch zur Detektion der 21cm-Linie verwenden. C ist festgelegt. Rechnen Sie zunächst aus, wie groß L jetzt sein müsste. Finden Sie dann ein Material mit einer Permeabilität, mit dem die Spule gefüllt werden kann, um die Induktivität gegenüber dem in b) gegebenen Wert entsprechend zu erhöhen (größenordnungsmäßig).

e) Was ist ein Pyrometer, wie funktioniert es und in welchem Messbereich der zu messenden Größe verwendet man es?

f) Ein Bolometer ist ein Strahlungssenser, der auf der durch die Strahlung hervorgerufenen Temperaturerhöhung beruht. Dabei kommen verschiedene physikalische Prinzipien zur Messung der Temperaturänderung zum Einsatz. Für welchen Wellenlängenbereich verwendet man sogenanten Thermosäulen und auf welchem Prinzip beruhen diese? Schätzen Sie die Größenordnung der Strahlungsleistung ab, die man nachweisen kann, wenn die gerade noch aufzulösende Temperaturänderung 2 mK beträgt! Welche Nennleistung muss eine konventionelle Glühbirne (T = 1000 K) haben, die in 10 m Entfernung des Bolometers gerade noch nachgewiesen werden kann? Nehmen Sie an, dass sich die Glühbirne wie ein schwarzer Strahler verhält und das Bolometer im gesamten Wellenlängenbereich gleichermaßen empfindlich ist.

Aufgabe 44(T): Näherung fast freier Elektronen

Für den Fall fast freier Elektronen, d.h. für ein schwaches periodisches Potential, lässt sich das Eigenwertproblem

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m}(q+k)^2 - E_k\right) u_k(q) + \sum_{q'} V(q-q')u_k(q') = 0$$

für die Fourierkoeffizienten $u_k(q)$ der periodischen Funktion in der Blochfunktion $\psi(x) = u_k(x)e^{ikx}$ und der Energien E_k (siehe Vorlesung) vereinfachen, um den Einfluß des Potentials abzuschätzen.

a) Für fast freie Elektronen gilt $u_k(x) \approx const.$ und die Energien entsprechen ungefähr dem Fall $V = 0$. Zeige für $E_k(n = 0)$

$$u_k(q) \approx \frac{V(q)}{\frac{\hbar^2}{2m}(k^2 - (k+q)^2)} u_k(0)$$

b) Bei welchen Werten von $q = \frac{2\pi}{a}n$ wird der Beitrag von $u_k(q)$ groß? Stelle für die beiden Werte von q für $n = 0$ und $n = 1$ ein Gleichungssystem auf.

c) Lösen Sie das Gleichungssystem aus b) und berechnen Sie die Energieeigenwerte E_k an der kritischen Stelle. Skizzieren Sie die Energieeigenwerte E_k, d.h. den Einfluß des schwachen Potentials auf die Bandstruktur.

Aufgabe 45(T): Verschobener harmonischer Oszillator **(schriftlich - 4 Punkte)**

Hat ein Teilchen, welches sich im Potential eines harmonischen Oszillators bewegt, eine Ladung q und wird außerdem ein konstantes elektrisches Feld F angelegt, so lautet die stationäre Schrödingergleichung in Ortsdarstellung

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2} + \frac{m}{2}\omega^2 x^2 - qFx\right)\psi_n(x) = E_n \psi_n(x).$$

Bestimmen Sie die Eigenfunktionen ψ_n und die Energieeigenwerte E_n für dieses Problem.

Hinweis: Ersetzen Sie x durch eine Variable $\tilde{x}$ so dass sich der Hamiltonoperator auf ein bekanntes Problem zurückführen lässt:

$$H = \frac{p^2}{2m} + \frac{m}{2}\omega^2 x^2 - qFx = \frac{p^2}{2m} + \frac{m}{2}\omega^2 \tilde{x}^2 + const.$$

Aufgabe 46(T): Vollständigkeit des l_2

Betrachten Sie den Vektorraum der quadratsummierbaren komplexen Folgen

$$l_2 = \{f \mid f = (c_1, \ldots, c_i, \ldots), i \in \mathbb{N}, c_i \in \mathbb{C}, \sum_{i=1}^{\infty} |c_i|^2 < \infty\}$$

mit der Norm

$$\|f\| = \left(\sum_{k=1}^{\infty} |c_k|^2\right)^{\frac{1}{2}}.$$

Zeigen Sie, dass l_2 vollständig bezüglich $\|\cdot\|$ ist, d.h., dass der Grenzwert jeder Cauchy-Folge f_n wieder Element von l_2 ist.