Physik I – Integrierter Kurs

Übungsblatt Nr. 5, WS 08/09
Abgabe am 24. Nov.
Besprechung am 26. Nov.

Universität Konstanz

Prof. T. Dekorsy, Prof. U. Nowak, Dr. P. Keim

Aufgabe 1 (schriftlich): Raketenstart

Eine senkrecht startende Rakete der Anfangsmasse m_0 stößt pro Zeiteinheit die Gasmenge α mit der Geschwindigkeit v_0 aus. Die Gravitationskraft soll dabei konstant angenommen werden, d.h. wir fliegen nicht allzu weit ins All und die Luftreibung wird vernachlässigt, d.h. wir sind schnell aus der Atmosphäre raus.
a) Gesucht ist die Bewegungsgleichung für die Geschwindigkeit der Rakete sowie deren Lösung.
b) Berechnen sie daraus die Steighöhe als Funktion der Zeit!
c) Warum ist es sinnvoll, mehrstufige Raketen zu bauen? (3 Punkte)
Möglicherweise hilfreich ist die Substitution:

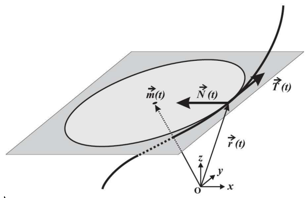
$$u = 1 - (\alpha/m_0)t \rightarrow du = -(\alpha/m_0)dt$$

Aufgabe 2 (schriftlich): Begleitendes Dreibein

Wir betrachten eine Ortskurve die durch folgende Schraubenlinie geschrieben ist:

$$\vec{r}(t) = [R\cos(\omega t), R\sin(\omega t), b\omega t], \qquad R, \omega, b = const$$

a) Berechnen Sie das begleitende Dreibein dieser Schraubenlinie, d.h. ermitteln Sie den Tangentialvektor $\vec{T}(t)$, den Normalenvektor $\vec{N}(t)$ und den Binormalenvektor $\vec{B}(t)$ der Kurve!
b) Bestimmen Sie den Krümmungsradius ρ und diskutieren Sie den Unterschied zur Kreisbewegung!



c) An jedem Punkt einer Bahnkurve $\vec{r}(t)$ schmiegt sich in der $\vec{T}$-$\vec{N}$-Ebene der Krümmungskreis mit dem Radius $\rho(t)$ an. Der Mittelpunkt des Krümmungskreises beschreibt eine Raumkurve, die Evolute. Überlegen Sie sich, dass die Evolute durch $\vec{m}(t) = \vec{r}(t) + \rho(t)\vec{N}(t)$ gegeben ist! Zeigen Sie, dass die Evolute einer Schraubenlinie wieder eine Schraubenlinie ist. Was ist der Durchmesser dieser Schraubenlinie?
d) Berechnen Sie die Geschwindigkeit $\vec{v}(t)$ in kartesischen Koordinaten, schlagen Sie die Umrechnung von kartesischen- zu Zylinderkoordinaten nach und geben Sie $\vec{v}(t)$ in Zylinderkoordinaten an!
e) Berechnen Sie die Beschleunigung $\vec{b}(t)$ und rechnen diese in Zylinderkoordinaten um! (5 Punkte)

Aufgabe 3 (schriftlich): Bewegte Koordinatensysteme

Gegeben ist das Koordinatensystem xyz, das sich relativ zum Koordinatensystem XYZ dreht. Beide Koordinatensysteme sollen den gemeinsamen Ursprung 0 haben und XYZ ein Inertialsystem sein. Das xyz-System besitzt relativ zum XYZ-System die Geschwindigkeit $\vec{\omega} = 2t\vec{e}_1 - t^2\vec{e}_2 + (2t+4)\vec{e}_3$ (Die Komponenten sind im xyz-System angegeben), mit t als Zeit. Ein im xyz-System ruhender Beobachter ermittelt für den Ortsvektor eines Massepunktes als Funktion der Zeit $\vec{r} = (t^2+1)\vec{e}_1 - 6t\vec{e}_2 + 4t^3\vec{e}_3$. Bestimmen sie
a) die scheinbare Geschwindigkeit im Koordinatensystem xyz und
b) die wahre Geschwindigkeit des Massepunktes im Koordinatensystem XYZ zur Zeit $t = 1$! (2 Punkte)