Physik I – Integrierter Kurs

Übungsblatt Nr. 12, WS 08/09
Abgabe am 26. Jan.
Besprechung am 28. Jan.

Universität Konstanz

Prof. T. Dekorsy, Prof. U. Nowak, Dr. P. Keim

Aufgabe 1 (schriftlich): Stabilität von Kreisbahnen

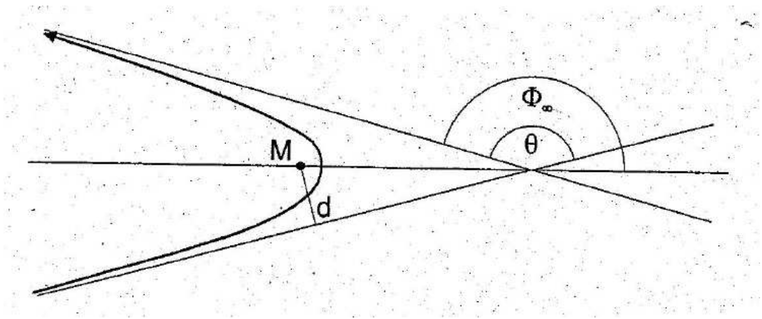
Ein Massenpunkt bewegt sich im Zentralkraftfeld

$$\vec{F} = -\frac{k}{r^n}\vec{e}_r \text{ mit } k > 0 \quad .$$

Geben Sie die Potenzen n an, für die es stabile Kreisbahnen gibt, d.h. für die das effektive Potential ein Minimum aufweist! (4 Punkte)

Aufgabe 2 (schriftlich): Hyperbeln

In der Abbildung ist die Bewegung eines Körpers im Gravitationspotential $V(r) = -G \cdot mM/r$ der Masse M gezeigt, der sich aus dem Unendlichen mit der Geschwindigkeit $\dot{r}_\infty$ nähert. Dieser



beschreibt eine Hyperbelbahn, die durch die Gleichung eines Kegelschnitts

$$r = \frac{k}{1 + \epsilon \ \cos\Phi}$$

gegeben ist, wobei $\epsilon > 1$ und $k = L^2/GMm^2$ sind. Der Abstand d, in dem das Teilchen am Zentrum vorbeifliegen würde, wenn keine Ablenkung stattfände, wird als Stoßparameter bezeichnet. Der Winkel, um den das Teilchen abgelenkt wird, ist θ. Bestimmen Sie die Abhängigkeit von d und θ von der Energie E und dem Drehimpuls L wie folgt.
a) Zu Beginn, d.h. für $r = \infty$, lässt sich aus der Kegelschnittgleichung Φ_∞ und θ durch ϵ ausdrücken.
b) Zeigen Sie, dass aus der Energie- und Impulserhaltung $L^2 = 2mEd^2$ folgt.
c) Der Punkt der Bahn, welcher der Masse M am nächsten kommt heisst Perihel r_0. Für ihn gilt

$$r_0 = \frac{k}{1+\epsilon} \quad , \qquad \dot{r}_0 = 0 \quad .$$

Bilden Sie daraus E in Abhängigkeit von ϵ und k. Zeigen Sie durch Einbeziehen der Ergebnisse aus a) und b), dass sich d und θ folgendermaßen darstellen lassen:

$$d = \frac{L}{\sqrt{2mE}} \quad , \qquad \tan(\frac{\theta}{2}) = \frac{GMm}{2dE}$$

(6 Punkte)