Universität Konstanz
Fachbereich Physik
Dr. Peter Keim

Ausgabedatum: 04.02.2016
Besprechung: 11./12.02.2016

ÜbungsgruppenleiterInnen: Mathias Altenburg, Richard Rau, Jörg Roller, Dirk Ropers, Wolfgang Scheffer, Moritz Schlötter, Carola Ebenhoch, Bernd Illing, Eva-Johanna Hengeler, Ali Seer, Lukas Siedentop

Übungen zu Experimentalphysik I
für Studierende der Biologie und der Sportwissenschaft
Blatt 14

Aufgabe 1: Schwingungen

Mechanische Wellen sind kollektive Auslenkungen von Bestandteilen eines makroskopischen Objektes (z.B. Festkörper, Flüssigkeit oder Gas). Sie bestehen aus vielen einzelnen Schwingungen, die jedoch gekoppelt sind, da ein Teilchen sein Nachbarteilchen ebenfalls zu einer Schwingung anregen kann. Eine anfängliche Auslenkung ist natürlich notwenig, um diesen Kettenreaktion in Gang zu setzen. Nehmen wir nun an, diese anfängliche Auslenkung hat eine periodische Form, z.B. einen Kosinus (wie bei der erzwungenen Schwingung). Dann können wir davon ausgehen, dass sich sowohl die Form als auch die Dynamik der Welle in dem Medium wie ein Kosinus verhält. So eine Welle nennt man eine ebene Welle.

a) Versuchen Sie sich klarzumachen, wie Form und Dynamik einer solchen Welle aussehen: Skizzieren Sie die Auslenkung der gesamten Welle als Funktion des Ortes und die Auslenkung eines einzelnen Teilchens als Funktion der Zeit und zeigen Sie anhand der Zeichnung wo Wellenlänge λ und Frequenz ω auftauchen!
b) Wie sieht die mathematische Beschreibung für die jeweiligen Auslenkungen $A(x)$ und $A(t)$ aus, wenn die maximale Anfangsauslenkung A_0 ist? Was steht jeweils im Argument des Kosinus? (x steht hierbei für den Ort und t für die Zeit)
c) Wenn Sie nun die Form und Dynamik in einer Formel beschreiben wollen, wird die Auslenkung gleichzeitig orts- und zeitabhängig. Welche „kombinierte“ Funktion $A(t)$ könnte dies beschreiben?
d) Über welche zusätzliche Größe hängen Frequenz und Wellenlänge zusammen? Was genau beschreibt diese Größe und wie hängt sie mit der Kopplung der einzelnen Schwingungen zusammen? Stellen Sie sie als Funtion von ω und dem Wellenvektor $k := 2\pi/\lambda$ dar!

Bitte wenden!

Aufgabe 2: Eigenfrequenz und Resonanz

In dieser Aufgabe sollen qualitativ die Phänomene der Eigenfrequenz und Resonanz diskutiert werden.

a) Erklären Sie den Begriff Eigenfrequenz. Wie lässt sich die Eigenfrequenz ω_0 eines ungedämpften Systems berechnen (beispielsweise eines Federpendels)?
b) Nun wird das schwingende System zusätzlich gedämpft. Wird die neue Schwingungsfrequenz ω_R kleiner oder größer als die Eigenfrequenz ω_0?
c) Das System aus b) wird nun von einer externen Erregerfrequenz ω getrieben. Was passiert mit der Amplitude und der Phase, wenn ω gegen ω_R geht?
d) Denken Sie an eine Schaukel auf einem Spielplatz. Wann stoßen Sie die Schaukel an um maximalen Kraftübertrag zu erreichen? Wie oft pro Schwingung wäre dies möglich?
e) Was passiert im Fall von c) für ein ungedämpftes System?

Aufgabe 3: Taylorreihen

In der Physik (und auch in allen anderen Naturwissenschaften) spielen Taylorreihen eine wichtige Rolle. Mit Taylorreihen können Funktionen mit einem Polynom dargestellt werden, was sehr oft die Lösung eines Problems vereinfacht. Eine der bekanntesten Taylor-Entwicklungen ist die sogenannte Kleinwinkel-Näherung bei der Betrachtung physikalischer Schwingungen. Hierbei wird die Funktion $f(x) = \sin(x)$ durch die Taylor-Entwicklung bis zum linearen Term (Polynom des Grades $n = 1$) ersetzt.

a) Berechnen Sie die Taylorreihe der Funktion $f(x) = \sin(x)$ bis zum linearen Term.
b) Berechnen Sie die Abweichung des in a) bestimmten Polynoms zur ursprünglichen Funktion $f(x) = \sin(x)$ für $x_1 = 10°$, $x_2 = 20°$ und $x_3 = 30°$. Ist der Ausdruck „Kleinwinkel-Näherung“ gerechtfertigt?
c) Unter `https://de.wikipedia.org/wiki/Taylorreihe#Trigonometrische_Funktionen` ist jeweils die Taylor-Entwicklung der Sinus- und der Kosinus-Funktion zu finden. Machen Sie sich mit der grafischen Darstellung der Entwicklung mit den höheren Terme vertraut.
d) Berechnen Sie nun die Taylor-Reihen um $x_0 = 0$ bis zum quadratischen Term für folgende Funktionen: $f_1(x) = x^2 + 3x - 10$, $f_2(x) = \exp(x)$, und$f_3(x) = \ln(x)$. Was fällt Ihnen auf?